

Ecuaciones Diferenciales II Examen XIII

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Ecuaciones Diferenciales II Examen XIII

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Granada, 2026

Asignatura Ecuaciones Diferenciales II.

Curso Académico 2014/2015.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Rafael Ortega Ríos.

Descripción Convocatoria Ordinaria.

Fecha 26 de junio de 2015.

Ejercicio 1. Se considera el sistema

$$x(t) = 7 + \int_0^t y(s) ds, \quad y(t) = - \int_0^t x(s) ds.$$

¿Existe solución? ¿Es única? En caso afirmativo calcula dicha solución.

Ejercicio 2. Encuentra dos soluciones maximales distintas del problema

$$\dot{x} = +\sqrt{|x|}, \quad x(0) = 1.$$

Demuestra que hay unicidad local.

Ejercicio 3. Se considera la sucesión de funciones $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f_n(t) = \begin{cases} -1 & \text{si } t \leq -n \\ t/n & \text{si } |t| < n \\ 1 & \text{si } t \geq n. \end{cases}$$

Demuestra que la sucesión es equicontinua. ¿Es uniformemente acotada? Calcula $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(t) = f(t)$. ¿Hay convergencia uniforme de f_n a f ?

Ejercicio 4. Demuestra que todas las soluciones maximales de la ecuación

$$\ddot{x} + x^5 = 0$$

están definidas en $] -\infty, +\infty[$.

Ejercicio 5. Dado $h \in \mathbb{R}$, la solución de

$$\dot{x} = \sin x, \quad x(0) = \pi + h$$

se denota por $x(t; h)$. Calcula

$$\Delta(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} [x(t; h) - x(t; 0)].$$

Ejercicio 6. Se supone que $f : [0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ es una función continua que cumple

$$f(t) \leq 5e^{-t} + 3 \int_0^t e^{s-t} f(s) ds$$

si $t \geq 0$. Encuentra números a y b para los que, si $t \geq 0$, se cumpla

$$f(t) \leq ae^{bt}.$$

Ejercicio 7. En el espacio de las matrices $\mathbb{R}^{4 \times 4}$ se considera la norma dada por $\|A\| = \max_{1 \leq i \leq 4} \sum_{j=1}^4 |a_{ij}|$. Encuentra un polinomio $p(t)$ para el que se cumpla la desigualdad

$$\|e^{Bt}\| \leq p(t)e^{3t}$$

si $t \geq 0$, donde B es la matriz

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. Estudia la estabilidad del equilibrio $x = y = 0$ para el sistema

$$\dot{x} = y^5, \quad \dot{y} = -x^7.$$